

---

# SEMINARIO DE ANÁLISIS NUMÉRICO DE ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES.

Departamento de Matemática, UBB  
Centro de Investigación en Ingeniería Matemática (CI<sup>2</sup>MA), UDEC

---

*Expositor:*

**Rodolfo Rodríguez**

CI<sup>2</sup>MA y Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción

*Título de la Charla:*

***Aproximación espectral del operador rotacional***

Fecha y Hora:

Martes 10 de Abril de 2012, 16 Horas.

Lugar:

Sala Seminario, Facultad de Ciencias, Universidad del Bío-Bío, Concepción.

## **Resumen**

Se denominan campos libres de fuerza (*force-free fields*) a aquellos que satisfacen  $\text{rot } \mathbf{H} = \lambda \mathbf{H}$ , donde  $\lambda$  es un campo escalar no necesariamente constante. Este nombre proviene de la magnetohidrodinámica, ya que cuando  $\mathbf{H}$  es el campo magnético, la fuerza de Lorentz que genera,  $\mathbf{f} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{H} \times (\mu \mathbf{H})$ , es nula. En el caso en que  $\lambda$  es constante, el campo se denomina *lineal* o *Trkaliano* y el problema está naturalmente relacionado con el espectro del operador rotacional. Las autofunciones de este problema se conocen como campos de decaimiento libre (*free-decay fields*) y juegan un rol importante, por ejemplo, en el estudio de turbulencia en física de plasmas. El problema espectral para el operador rotacional,  $\text{rot } \mathbf{H} = \lambda \mathbf{H}$ , tiene una larga tradición en la física matemática. El estudio del mismo en el ámbito de la dinámica de fluidos se remonta a Beltrami, en 1889. Por esta razón, a sus autofunciones también se las denomina *campos de Beltrami*. La condición de contorno natural del problema en dominios acotados es  $\mathbf{H} \cdot \mathbf{n} = 0$ , la cual indica que la acción del campo  $\mathbf{H}$  queda confinada al dominio, ya que este campo resulta tangencial a la frontera del mismo. Soluciones analíticas de este problema sólo se conocen bajo condiciones de simetría. Las primeras fueron obtenidas en 1957 por Chandrasekhar y Kendall en el contexto de plasmas astrofísicos, en particular en el estudio de la corona solar. Más recientemente se han comenzado a estudiar métodos numéricos que permiten calcular campos libres de fuerzas sin suposiciones de simetría. En este trabajo proponemos una formulación variacional del problema espectral para el operador rotacional, cuya discretización conduce a un problema generalizado de autovalores bien planteado. Proponemos un método para su aproximación numérica basado en un esquema de Galerkin y elementos finitos de Nédélec de orden arbitrario. Demostramos convergencia espectral, estimaciones óptimas del error y ausencia de modos espúreos. Finalmente presentamos algunos experimentos numéricos que confirman los resultados teóricos y muestran la eficiencia del método.